

Финансовая академия при Правительстве РФ

Олимпиада по математике 2006

1. (8 баллов) Существует ли непрерывная на отрезке $[-1, 1]$ функция $f(x) \neq 0$, удовлетворяющая условию :

$$\int_1^x f(t) dt = \int_x^{x^2} f(t) dt, \quad \forall x \in [-1, 1] ?$$

2. (6 баллов) При каких целых значениях p и q уравнение: $px^3 - \frac{3x}{p-3} + 2006 - q = 0$ имеет ровно два различных действительных корня?

3. (6 баллов) Число 2006 разложить на n положительных сомножителей так, чтобы сумма их обратных величин была наименьшей. Чему равна эта сумма?

4. (7 баллов) Сколько существует членов последовательности $\{a_n\}$:

$$a_n = \underbrace{\ln \ln \dots \ln}_n n, \quad n = 1, 2, \dots ?$$

5. (4 балла) Существует ли действительная матрица X , удовлетворяющая уравнению:

$$X^2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -5 \\ 6 & 1 & 7 \\ -4 & 5 & 8 \end{pmatrix} ?$$

6. (7 баллов) Найти предел последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2^2 + 3^3 + \dots + n^n}{n^n}.$$

7. (5 баллов) На минном поле спрятано 10 бомб. Цифры указывают сколько бомб примыкает к данной клетке. Требуется разминировать поле:

1		2	2	1
2				
		5		
1		4		
			4	